УДК 621.0

СТАЦИОНАРНОЕ ВРАЩЕНИЕ НЕУРАВНОВЕШЕННОГО РОТОРА С ЖИДКОСТНЫМ АВТОБАЛАНСИРУЮЩИМ УСТРОЙСТВОМ ПРИ ДЕЙСТВИИ СИЛ ВНЕШНЕГО ТРЕНИЯ

В.А. Дубовик, Е.Н. Пашков

Томский политехнический университет
E-mail: epashkov@rambler.ru

Рассмотрено влияние сил внешнего трения на вращение ротора с жидкостным автобалансирующим устройством. Жидкость в балансировочной камере при стационарном движении вращается вместе с ротором как твердое тело. Получены аналитические выражения для прогиба вала, дисбаланса системы и необходимого вращающего момента от двигателя, обеспечивающего вращение с заданной скоростью.

Для устранения дисбаланса вращающихся тел используют жидкостные балансировочные устройства (АБУ) [1]. При проектировании таких АБУ необходимо знать влияние жидкости на вращение тела. Исследованию вращения уравновешенного ротора при частичном его заполнении жидкостью посвящены работы [2, 3]. Изгибные колебания вала с неуравновешенным диском на нем изучены в [4, 5]. В [6, 7] показано влияние жидкости во вращающемся роторе на автоматическую балансировку механической системы без учета сил сопротивления. Ниже рассматривается установившееся движение неуравновешенного ротора с жидкостью при наличии внешнего трения.

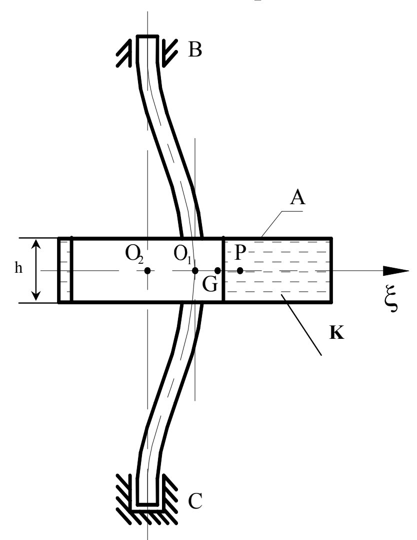


Рис. 1. *Схема закрепления ротора*

Пусть ротор A (рис. 1) с балансировочной камерой K, заполненной частично жидкостью, симметрично закреплен на гибком вертикальном валу, проходящем через геометрический центр O_1. Центр масс ротора (точка P) смещен от O_1 на расстояние $O_1P=e$. При вращении ротора вал смещается на величину $O_2O_1=a$, а несжимаемая однородная жидкость, плотностью ρ, перетекает в сторону прогиба вала. В случае установившегося движения жидкость во вращающемся роторе занимает цилиндрический слой высотой h, свободной поверхностью которого является окружность радиуса r_2 с центром на оси вращения BC (точка O_2 на рис. 2), и вращается с угловой скоростью ротора ω=const [1]. Отсюда центр масс слоя жидкости находится на линии центров O_2O_1 в точке G, а движение ротора является плоским.

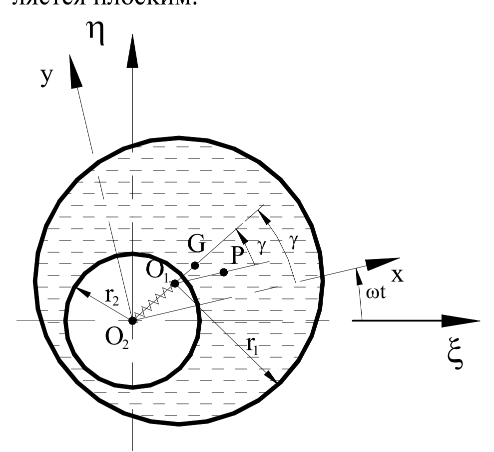


Рис. 2. *Сечение ротора с жидкостью*

Введем в плоскости движения точек O_1, G, P две системы координат (рис. 2) с общим началом в точке O_2 на линии BC: неподвижную систему $O_2\xi\eta$ и подвижную O_2xy, ось x которой параллельна отрезку O_1P. Угловые скорости вращения ротора и системы O_2xy одинаковые, следовательно, ротор в подвижной системе координат неподвижен. За обобщенные координаты возьмем координаты в подвижной системе точки O_1 – x, y.

На ротор со стороны вала действует сила упругости $\overline{F}_c=-c\overline{O_2O_1}$ и сила внешнего трения, приложенная в точке O_1, пропорциональная абсолютной скорости $\overline{V}_{O_1}$ этой точки, $\overline{F}_\chi=-\chi\overline{V}_{O_1}$, где c и χ коэффициенты упругости и внешнего трения. Согласно принципу Даламбера, справедливому для любой механической системы, имеем уравнение равновесия главных векторов внешних сил и сил инерции:

$$-c\overline{O_2O_1}-\chi\overline{V}_{O_1}-m_1\overline{a}_P^e-m_2\overline{a}_G^e=0. \qquad (1)$$

Здесь m_1 и m_2 – массы ротора и жидкости, $\overline{a}_P^e$ и $\overline{a}_G^e$ – переносные ускорения точек P и G соответственно. Координаты этих точек определяются выражениями

$$x_P=x+e,\quad y_P=y,\quad x_G=rx,\quad y_G=ry, \qquad (2)$$

где $r=r_1^2/(r_1^2-r_2^2)$; r_1 – радиус ротора.

Проецируя (1) на оси x, y и используя (2) для вычисления $\overline{V}_{O_1}$, $\overline{a}^e_P$ и $\overline{a}^e_G$, получаем уравнения стационарного движения системы:

$$cx - \chi\omega y - m\omega^2 x = m_1 e\omega^2;$$
$$cy + \chi\omega x - m\omega^2 y = 0. \qquad (3)$$

Здесь $m=m_1+rm_2$ – приведенная масса системы, $rm_2=\rho\pi_1^2 h$ – фиктивная масса жидкости, заполняющая всю балансировочную камеру ротора [1].

Из уравнения равновесия моментов всех сил относительно оси BC, определяем вращающий момент M, приложенный к валу со стороны двигателя

$$M = O_2O_1 \cdot \chi V_{O_1} = \chi a^2\omega = \chi\omega(x^2+y^2). \qquad (4)$$

Решение уравнений (3) имеет вид

$$x = \frac{m_1 e\omega^2(c-m\omega^2)}{(c-m\omega^2)^2+\chi^2\omega^2}; \quad y = -\frac{m_1 e\chi\omega^3}{(c-m\omega^2)^2+\chi^2\omega^2}. \qquad (5)$$

По формулам (2–5) вычисляются прогиб вала $a=\sqrt{x^2+y^2}$; дисбаланс системы $d=(m_1+m_2)r_c$, где $r_c=\sqrt{(x_P m_1+x_G m_2)^2+(y_P m_1+y_G m_2)^2}/(m_1+m_2)$ – отклонение центра масс ротора с АБУ от оси ВС; и вращающий момент M

$$a = \frac{ez}{\sqrt{D(\mu)}}; \; d = \frac{m_1 e\sqrt{1+nz}}{\sqrt{D(\mu)}}; \; M = \frac{e^2 z^2 c\sqrt{nz}}{D(\mu)};$$
$$D(\mu) = (1-\mu z)^2 + nz. \qquad (6)$$

Здесь $z=m_1\omega^2/c$, $n=\chi^2/(cm_1)$ – безразмерный коэффициент сопротивления, $\mu=m/m_1$ – отношение приведенной массы системы к массе ротора.

Для сравнения движения ротора с жидкостным АБУ и без него рассмотрим следующие отношения:

$$\frac{a}{a_1} = \frac{d}{d_1} = \sqrt{\frac{D(1)}{D(\mu)}}; \qquad \frac{M}{M_1} = \frac{D(1)}{D(\mu)}, \qquad (7)$$

где a_1, d_1, M_1 – прогиб вала, дисбаланс, вращающий момент при движении ротора без балансировочной жидкости, получаемые из (6) при $\mu=1$.

Угол сдвига фазы движения γ определяется формулой

$$\mathrm{tg}\gamma = y/x = -\frac{\chi\omega}{c-m\omega^2} = -\frac{\sqrt{nz}}{1-\mu z}, \qquad (8)$$

Это выражение при отсутствии жидкости, т.е. при $\mu=1$, совпадает с аналогичной формулой в [3]. Отношение прогибов вала a/a_1, при $n=0$, совпадает с соответствующим значением, полученным для вращения без сил трения в [5].

Из формул (5–8) следует, что при $\omega\to\infty$ ($z\to\infty$), $a\to m_1e/m$, т.е. прогиб вала становится меньше неуравновешенности e, т.к. $m_1/(m_1+rm_2)<1$; $r_c\to 0$, $\gamma\to\pi$, $x\to -m_1e/m$, $y\to 0$; координаты центров масс ротора и слоя жидкости принимают значения: $x_p=rm_2e/m$, $y_p=0$ и $x_G=-rm_1e/m$, $y_G=0$; $d\to 0$; $M\to\infty$. Таким образом, при больших ω центр масс системы стремится занять положение на оси вращения ВС; происходит самоцентрирование системы.

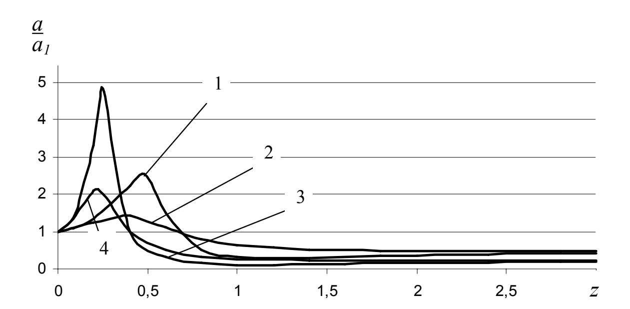


Рис. 3. *Зависимость прогиба вала a/a_1 от относительной угловой скорости z при различных значениях μ и n: 1) $\mu=2$, $n=0,1$; 2) $\mu=2$, $n=0,7$; 3) $\mu=4$, $n=0,1$; 4) $\mu=4$, $n=0,7$*

Так как $D(1)<D(\mu)$ при $z>2/(1+\mu)$, то согласно (7) жидкостное АБУ уменьшает прогиб, дисбаланс системы по сравнению с ротором без жидкости на частотах вращения выше $2/(1+\mu)$.

На рис. 3 показано отклонение прогиба вала ротора с действующим АБУ к прогибу без него, рассчитанное для $\mu=2$; 4 и $n=0,1$; 0,7. Из рисунка видно, что при одном и том же значении μ и различных n совпадение прогибов вала системы и ротора без жидкости наступает при одном и том же значении z. С увеличением параметра μ критическая частота вращения убывает, а экстремальное значение прогиба уменьшается с ростом n. Эти же кривые описывают изменение отношений дисбаланса и радикалов вращающих моментов.

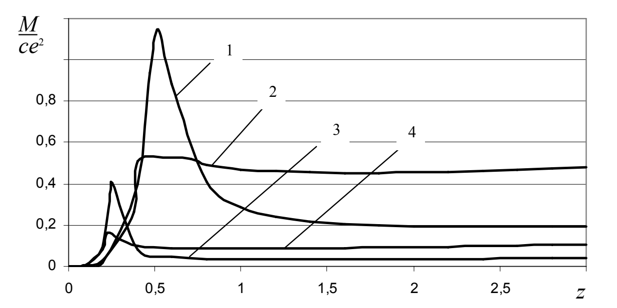


Рис. 4. *Зависимость вращающего момента от относительной угловой скорости z при различных значениях μ и n: 1) $\mu=2$, $n=0,1$; 2) $\mu=2$, $n=0,7$; 3) $\mu=4$, $n=0,1$; 4) $\mu=4$, $n=0,7$*

Из (6) следует, что максимальный прогиб вала $a^{кр}=2e/\sqrt{4\mu n-n^2}$ наступает при критической угловой скорости $z^{кр}=2/(2\mu-n)$. При отсутствии жидкости в балансировочной камере $z_1^{кр}=2/(2-n)$ и $a_1^{кр}=2e/\sqrt{4n-n^2}$. Сравнивая эти значения, заключаем: жидкостное АБУ уменьшает критическую скорость и максимальное отклонение ротора от оси вращения. Изменение вращающего момента от угловой скорости показано на рис. 4. Расчеты показали, что эти кривые при $\mu>2n$ имеют две экстремальные частоты вращения $z_{1,2}=(6\mu-3n\pm\sqrt{(6\mu-3n)^2-20\mu^2})/(2\mu^2)$. Первая (знак минус) соответствует максимальному значению момента, вторая минимальному. Отсюда, в случае малой мощности двигателя, при переходе через частоту z_1 [8], возможна ситуация, когда энергии не хватает для преодоления резонанса.

Выводы

Установлены зависимости прогиба вала, дисбаланса системы, вращающего момента при заданной угловой скорости вала от отношения приведенной массы к массе ротора и сил внешнего трения. Получена частота вращения, зависящая только от отношения масс, выше которой указанные характеристики движения системы с АБУ становятся меньше чем для ротора без жидкости. Вычислена угловая скорость, при которой ротор не может преодолеть критическую частоту для малой мощности двигателя. Полученные результаты следует учитывать при проектировании и использовании жидкостных АБУ для гашения колебаний неуравновешенных роторов с вертикальной осью вращения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Pat. 6782722 USA. Drum washing machine // Yokoi e.a. Sanyo Electric Co., Ltd.; 31.08.2004.
2. Епишев Л.В. О динамической неустойчивости вращающегося ротора при неполном наливе жидкости // Научн. докл. высш. школы. Машиностроение и приборостроение. – 1959. – № 2. – С. 66–74.
3. Дерендяев Н.В., Сандалов В.М. Об устойчивости стационарного вращения цилиндра, частично заполненного вязкой несжимаемой жидкостью // Прикладная математика и механика. – 1982. – Т. 46, вып. 4. – С. 578–586.
4. Диментберг Ф.М. Изгибные колебания вращающихся валов. – М.: Изд-во АН СССР, 1959. – 246 с.
5. Рубановский В.Н., Самсонов В.А. Устойчивость стационарных движений в примерах и задачах. – М.: Наука, 1988. – 304 с.
6. Гусаров А.А. Автобалансирующие устройства прямого действия. – М.: Наука, 2002. – 119 с.
7. Нестеренко В.П. Автоматическая балансировка роторов приборов и машин со многими степенями свободы. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 1985. – 85 с.
8. Диментберг Ф.М., Шаталов К.Т., Гусаров А.А. Колебания машин. – М.: Машиностроение, 1964. – 308 с.

УДК 621.375.026